KARTA OPISU PRZEDMIOTU - SYLABUS

Nazwa przedmiotu
Algebra z geometrią [S1AiR2>AzG]

Przedmiot

Kierunek studiów
Automatyka i robotyka

Rok/Semestr
1/1

Studia w zakresie (specjalność)
–

Profil studiów
praktyczny

Poziom studiów
pierwszego stopnia

Język oferowanego przedmiotu
polski

Forma studiów
stacjonarne

Wymagalność
obligatoryjny

Liczba godzin

Wykład
30

Laboratorium
0

Inne
0

Ćwiczenia
30

Projekty/seminaria
0

Liczba punktów ECTS

5,00

Koordynatorzy

prof. dr hab. inż. Adam Dąbrowski
adam.dabrowski@put.poznan.pl

Wykładowcy

Wymagania wstępne

Wiedza: Student rozpoczynający ten przedmiot powinien posiadać wiedzę z matematyki na poziomie szkoły średniej. Umiejętności: Powinien posiadać umiejętność rozwiązywania podstawowych zadań z algebry i geometrii oraz umiejętność pozyskiwania informacji ze wskazanych źródeł. Kompetencje społeczne: Powinien rozumieć konieczność poszerzania swoich kompetencji, a w zakresie kompetencji społecznych przejawiać takie cechy jak uczciwość, odpowiedzialność, wytrwałość, ciekawość poznawczą, kreatywność, kulturę osobistą, szacunek dla innych ludzi.

Cel przedmiotu

1. Przekazanie studentom podstawowej wiedzy z zakresu algebry i geometrii, w tym struktur algebraicznych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych i geometrii analitycznej. 2. Rozwijanie u studentów umiejętności rozwiązywania układów równań liniowych, formułowania i rozwiązywania problemów algebry liniowej i wykonywania operacji na macierzach, rozwiązywanie problemów z geometrii analitycznej.

Przedmiotowe efekty uczenia się

Wiedza:

1. ma rozszerzoną i pogłębioną wiedzę w zakresie matematyki obejmującą algebrę, geometrię, elementy analizy oraz elementy matematyki dyskretnej, w tym metody algebraiczne i metody numeryczne niezbędne do opisu i analizy własności liniowych i podstawowych nieliniowych systemów dynamicznych, opisu i analizy wielkości zespolonych - [K_W1]
2. cd. opisu procesów losowych i wielkości niepewnych, opisu i analizy systemów logicznych kombinacyjnych i sekwencyjnych, opisu algorytmów sterowania i analizy stabilności systemów dynamicznych, opisu, analizy oraz metod przetwarzania sygnałów w dziedzinie czasu i częstotliwości, numerycznej symulacji systemów dynamicznych w dziedzinie czasu ciągłego i czasu dyskretnego - [K_W1]

Umiejętności:
1. potrafi pozyskiwać informacje z literatury, baz danych i innych źródeł także w wybranym języku obcym - [K_U1]

Kompetencje społeczne:
1. rozumie potrzebę i zna możliwości ciągłego dokształcania się - odnoszenia kompetencji zawodowych, osobistych i społecznych, potrafi inspirować i organizować proces uczenia się innych osób - [K_K1]

Metody weryfikacji efektów uczenia się i kryteria oceny

Efekty uczenia się przedstawione wyżej weryfikowane są w następujący sposób:

Ocena formująca:
a) w zakresie wykładów:
na podstawie odpowiedzi na pytania dotyczące materiału omówionego na poprzednich wykładach,
b) w zakresie ćwiczeń:
na podstawie oceny bieżącego postępu realizacji zadań.
Ocena podsumowująca:
a) w zakresie wykładów weryfikowanie założonych efektów kształcenia realizowane jest przez:
i. ocenę wiedzy i umiejętności wykazanych na egzaminie pisemnym o charakterze problemowym; egzamin składa się z czterech zadań zawierających po pięć poleceń dotyczących zagadnień omawianych na wykładach i ćwiczeniach; za odpowiedź na każde pytanie można zdobyć 1 pkt, łączna liczba punktów za prawidłowe odpowiedzi jest równa 20 a do otrzymania oceny dostatecznej trzeba uzyskać minimum 10 punktów; przewiduje się także udział w opracowywaniu internetowych materiałów dydaktycznych do nauczania na odległość w formie tzw. egzaminu rozłożonego w czasie
ii. wyniki egzaminu, tzn. rozwiązania zadań z obszernymi wyjaśnieniami są udostępniane na stronie internetowej.
b) w zakresie ćwiczeń weryfikowanie założonych efektów kształcenia jest realizowane przez:
i. ocenianie ciągłe, na każdych zajęciach (odpowiedzi ustne) - premiowanie przyrostu umiejętności posługiwania się poznaną wiedzą
ii. ocenę zdobytej wiedzy i umiejętności poprzez dwa kolokwia.
Uzyskiwanie dodatkowych punktów za aktywność podczas zajęć, w szczególności za:
i. omówienia dodatkowych aspektów zagadnień,
ii. efektywność zastosowania zdobytej wiedzy podczas rozwiązywania zadanych problemów
iii. wskazywanie trudności percepcyjnych przez studentów, umożliwiające bieżące doskonalenie procesu dydaktycznego.

Treści programowe

Przedmiot Algebra z geometrią obejmuje algebrę liniową, geometrię analityczną, przestrzenie wektorowe rzeczywiste i zespolone oraz metody algebraiczne opisu i analizy własności przekształceń liniowych i ich zastosowań do analizy stabilności systemów dynamicznych, opisu metod przetwarzania sygnałów w dziedzinie czasu i częstotliwości, numerycznej symulacji systemów dynamicznych w dziedzinie czasu ciągłego i czasu dyskretnego.

Program wykładu obejmuje następujące zagadnienia:
1. Wprowadzenie do algebry i geometrii (pojęcie zbioru, zbiory liczb, wektory i macierze, działania algebraiczne, działania modulo, działania na zbiorach, kwantyfikatory, iloczyn kartezjański, zbiory przeliczalne i nieprzeliczalne, pojęcie relacji, relacje dwuargumentowe, zwrotność, symetria i przechodniość relacji, relacje porządkujące i półporządkujące, relacje równoważnościowe, pojęcie odwzorowania-relacja jednoznaczna, odwzorowanie wzajemnie jednoznaczne, odwzorowanie

odwrotne, relacja równoliczności zbiorów, iloczyn odwzorowań, działania wewnętrzne i zewnętrzne, zgodność relacji z działaniem, struktury algebraiczne, geometryczne ilustracje układów równań liniowych: interpretacja wierszowa, interpretacja kolumnowa)
2. Ciało liczb zespolonych (definicja liczby zespolonej, postać kanoniczna liczby zespolonej, dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, sprzężenie, postać trygonometryczna liczby zespolonej, moduł i argument liczby zespolonej, wzory Eulera, wzór de Moivre"a, pierwiastki naturalnego stopnia, potęgowanie i logarytmowanie liczb zespolonych, zastosowania liczb zespolonych w elektrotechnice i w elektronice)
3. Pojęcia podstawowe algebry liniowej (iloczyn skalarny wektorów, rzut prostokątny wektora na wektor, równanie linii prostej na płaszczyźnie, dodatnia strona prostej, równanie płaszczyzny w przestrzeni 3D, równania linii prostej w przestrzeni 3D, punkt w przestrzeni 3D i na płaszczyźnie, pojęcie hiperpłaszczyzny w przestrzeni nD, mnożenie macierzy przez wektor kolumnowy, mnożenie wektora wierszowego przez macierz, zamiana wierszy lub kolumn - macierz permutacji, macierz jednostkowa, graficzne wyobrażenie wektorów, wektory w przyrodzie i w technice, podstawowe działania na wektorach, mnożenie macierzy, macierz odwrotna, wyznacznik macierzy kwadratowej)
4. Przestrzenie liniowe (wektorowe), przestrzeń kolumnowa i przestrzeń zerowa macierzy, redukcja macierzy według Gaussa-Jordana, dekompozycja LU, postać schodkowa macierzy (pojęcie przestrzeni liniowej (wektorowej), pojęcie podprzestrzeni, suma mnogościowa (złożenie) i iloczyn mnogościowy (część wspólna) podprzestrzeni, określanie przestrzeni i podprzestrzeni za pomocą jednorodnych układów równań, przestrzeń zerowa macierzy, przestrzeń rozpięta na "pęczku" wektorów, liniowa zależność i niezależność wektorów, baza i liczba wymiarów przestrzeni liniowej, bazy naturalne, wymiar przestrzeni liniowej, przestrzeń kolumnowa macierzy, eliminacja metodą Gaussa - elementy osiowe, redukcja macierzy według Gaussa-Jordana, obliczanie macierzy odwrotnej metodą Gaussa-Jordana, dekompozycja LU, równoważne układy równań -elementarne operacje wierszowe, metoda eliminacji według Gaussa, wierszowa postać schodkowa (row echelon form) macierzy, rząd macierzy, kolumny osiowe i swobodne, zmienne osiowe i swobodne, rozwiązywanie równania A x = 0, zredukowana wierszowa postać schodkowa (reduced row echelon form) macierzy, macierz przestrzeni zerowej)
5. Cztery fundamentalne przestrzenie macierzy (baza przestrzeni liniowej - przypomnienie, wymiar przestrzeni liniowej - przypomnienie, przykłady baz, iloczyn skalarny wektorów - przypomnienie, równania punktów, prostych i płaszczyzn, dwa sposoby określania podprzestrzeni, określanie (pod)przestrzeni za pomocą baz - przykłady, określanie (pod)przestrzeni za pomocą równań - przykłady, cztery fundamentalne przestrzenie macierzy: przestrzeń kolumnowa, przestrzeń zerowa, przestrzeń wierszowa, lewa przestrzeń zerowa macierzy, relacje między przestrzeniami, informacje dodatkowe dla zaawansowanych: liniowe przekształcenia przestrzeni liniowych, obraz i jądro przekształcenia liniowego)
6. Układy równań liniowych czyli równanie macierzowe (równanie macierzowe jako problem odwrotny, interpretacja wierszowa - układ równań liniowych, interpretacja kolumnowa - równanie wektorowe, istnienie i jednoznaczność rozwiązań układów równań liniowych a przestrzeń kolumnowa i przestrzeń wierszowa macierzy, macierz rozszerzona, jednorodny układ równań liniowych, warunki istnienia rozwiązań układu równań liniowych, niejednorodny układ równań liniowych, rozwiązywanie układu n równań z n niewiadomymi, rozwiązania równania Ax=b - analiza przypadków, twierdzenie Kroneckera-Capellego, wyznacznik macierzy kwadratowej - przypomnienie, minory i rząd macierzy, układ n równań z n niewiadomymi - wzory Cramera)
7. Formułowanie równań macierzowych w naukach przyrodniczych i technicznych (grafy strukturalne a grafy przepływowe, twierdzenie Eulera, topologiczny dowód twierdzenia Eulera, macierz incydencji, przestrzeń zerowa macierzy incydencji, zapis drugiego prawa Kirchhoffa za pomocą potencjałów węzłowych i macierzy incydencji, rząd macierzy incydencji, transponowana macierz incydencji i jej przestrzeń zerowa, zapis pierwszego prawa Kirchhoffa, pojęcie prądów oczkowych, algebraiczny dowód twierdzenia Eulera, analiza obwodu elektrycznego - metoda potencjałów węzłowych, macierz admitancyjna, przykład analizy prostego obwodu elektrycznego, metoda prądów oczkowych, porównanie metody prądów oczkowych z metodą potencjałów węzłowych, graf dualny)
8. Zmiana bazy, rzutowanie oraz problem najmniejszych kwadratów (współrzędne i składowe wektora - powtórzenie, kolor jako wektor, liniowe przekształcenia przestrzeni liniowych, zmiana bazy, macierz przekształcenia, przykład zmiany bazy: transformacja RGB→YUV, koncepcja rzutowania przestrzeni na podprzestrzeń, rzutowanie na podprzestrzeń rozpiętą na podzbiorze wektorów aktualnej bazy, przykład rzutowania: zmiana obrazu kolorowego na obraz w skali szarości, macierz rzutująca, rzutowanie obrazu kolorowego na płaszczyznę chrominancji, rzutowanie przestrzeni na podprzestrzeń rozpiętą na podzbiorze nowej bazy, rzut prostokątny wektora na wektor, rzut prostokątny przestrzeni na podprzestrzeń kolumnową macierzy, rozwiązywanie równania Ax=b, które nie ma rozwiązań (metoda najmniejszych kwadratów), regresja liniowa)
9. Wektory, bazy i macierze ortogonalne, dekompozycja QR (jakie obiekty algebraiczne mogą być

ortogonalne? iloczyn skalarny (wewnętrzny) wektorów - powtórka, wektory ortogonalne i ortonormalne, baza standardowa, przykłady macierzy ortogonalnych, macierz Hadamarda, transformacje ortogonalne, rotatory i reflektory, rotator Givensa i własności rotatorów, idea dekompozycji QR i jej realizacja za pomocą rotatorów, rzut prostokątny wektora na wektor (projektor) - powtórka, reflektro Householdera i własności reflektrorów, zastosowanie reflektrorów do dekompozycji QR, ortogonalizacja Grama-Schmidta, dekompozycja QR metodą Grama-Schmidta, dekompozycja QR w zagadnieniu najmniejszych kwadratów)
10. Wartości i wektory własne macierzy (skalary i wektory - przypomnienie, przestrzenie liniowe - przypomnienie, przekształcenia liniowe - przypomnienie, wielkie równanie algebry, wektory własne i wartości własne macierzy, geometryczna krotność wartości własnej, przykłady wyznaczania wartości i wektorów własnych, wyznacznik i ślad macierzy czyli iloczyn i suma wartości własnych, równanie charakterystyczne macierzy, algebraiczna krotność wartości własnej, wartości własne macierzy trójkątnych, macierze symetryczne, pojęcie przestrzeni własnej wartości własnej macierzy, relacje między krotnościami algebraicznymi i geometrycznymi, macierze proste i wadliwe, przykłady przekształceń liniowych)
11. Wartości własne macierzy a stabilność układów dynamicznych (pokazy eigshow w środowisku Matlab, dyskretny (cyfrowy) układ dynamiczny - macierz stanu, stan ustalony, jak bije serce macierzy? stabilność dyskretnego układu dynamicznego, diagonalizacja macierzy, potęgowanie macierzy, macierz asymptotycznie stabilna, macierze diagonalizowalne i niediagonalizowalne, ciąg Fibonacciego, układ liniowych równań różniczkowych, rozwiązanie ogólne układu liniowych równań różniczkowych, stabilność układu liniowych równań różniczkowych, macierze podobne)
12. Macierze dodatnio określone, dekompozycja macierzy według Choleskiego, macierze podobne (wartości i wektory własne macierzy symetrycznych, diagonalizacja macierzy symetrycznych, macierze symetryczne i hermitowskie ("ładne" macierze), macierze dodatnio określone ("piękne" macierze), definicja energetyczna macierzy dodatnio określonej, pasywne systemy fizyczne, macierze dodatnio określone, półokreślone i nieokreślone, forma kwadratowa, konstrukcja macierzy dodatnio określonej, Choleskiego metoda dekompozycji, macierze podobne i "brzydkie" macierze, forma Jordana, bloki Jordana i twierdzenie Jordana)
13. Wartości szczególne (SVD - kolejna dekompozycja macierzy), macierze pseudoodwrotne (przekształcanie wektora przez macierz, przekształcanie zestawu ortonormalnych wektorów przez macierz, opcja SVD w pokazie eigshow w środowisku Matlab, rozkład za pomocą wartości szczególnych - SVD (singular value decomposition), separacja sygnałów akustycznych za pomocą SVD, rozkład SVD macierzy dodatnio określonej, przeszukiwanie stron internetowych (algorytm HITS), lewo- i prawostronna macierz odwrotna, macierz pseudoodwrotna Moore"a-Penrose"a)
14. Wrażliwość systemów liniowych na błędy pomiarowe i obliczeniowe (błędy pomiarowe, obliczeniowe i wrażliwość układów równań, normy wektorów, normy macierzy - własność konsystencji (dla macierzy kwadratowych), normy: Frobeniusa, operatorowa, p-tej potęgi i norma spektralna macierzy, norma kolumnowa i norma wierszowa, układ równań liniowych z zaburzonym wektorem wyrazów wolnych, wrażliwość układu równań liniowych - wskaźnik uwarunkowania macierzy (liczba kondycyjna macierzy), maksymalne i minimalne wydłużenie wektora przez macierz, macierze źle uwarunkowane, efekty zaburzenia macierzy współczynników)
15. Macierze unitarne, DFT, dekompozycja Schura (iloczyn skalarny wektorów o elementach zespolonych, macierze unitarne, liczby zespolone w elektrotechnice - wskazy, fale w obwodzie elektrycznym, moc padająca, odbita i transmitowana, bezstratny obwód elektryczny, unitarna transformacja sygnału, dyskretna transformacja Fouriera - DFT (discrete Fourier transformation), dekompozycja Schura, macierze nilpotentne)
Program ćwiczeń audytoryjnych obejmuje materiał z wykładów ze szczególnym uwzględnieniem następujących zagadnień:
1. Struktury algebraiczne
2. Ciało liczb zespolonych
3. Rozwiązywanie układów równań liniowych metodą Gaussa
4. Rachunek macierzowy, macierz odwrotna
5. Dekompozycja LU oraz dekompozycja Choleskiego
6. Przestrzenie liniowe, postać schodkowa macierzy, przestrzeń zerowa
7. Kompletne rozwiązanie układu równań liniowych
8. Grafy strukturalne i macierz incydencji
9. Rzutowanie i metoda najmniejszych kwadratów
10. Ortogonalność, ortogonalizacja Grama-Schmidta, dekompozycja QR
11. Wyznacznik macierzy, wzory Cramera
12. Wartości i wektory własne oraz stabilność systemów dynamicznych

13. Macierze dodatnio określone, macierze podobne
14. SVD i macierz pseudoodwrotna
15. Wrażliwość systemów liniowych

Tematyka zajęć

Program wykładu obejmuje następujące zagadnienia:
1. Wprowadzenie do algebry i geometrii (pojęcie zbioru, zbiory liczb, wektory i macierze, działania algebraiczne, działania modulo, działania na zbiorach, kwantyfikatory, iloczyn kartezjański, zbiory przeliczalne i nieprzeliczalne, pojęcie relacji, relacje dwuargumentowe, zwrotność, symetria i przechodniość relacji, relacje porządkujące i półporządkujące, relacje równoważnościowe, pojęcie odwzorowania-relacja jednoznaczna, odwzorowanie wzajemnie jednoznaczne, odwzorowanie odwrotne, relacja równoliczności zbiorów, iloczyn odwzorowań, działania wewnętrzne i zewnętrzne, zgodność relacji z działaniem, struktury algebraiczne, geometryczne ilustracje układów równań liniowych: interpretacja wierszowa, interpretacja kolumnowa)
2. Ciało liczb zespolonych (definicja liczby zespolonej, postać kanoniczna liczby zespolonej, dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, sprzężenie, postać trygonometryczna liczby zespolonej, moduł i argument liczby zespolonej, wzory Eulera, wzór de Moivre"a, pierwiastki naturalnego stopnia, potęgowanie i logarytmowanie liczb zespolonych, zastosowania liczb zespolonych w elektrotechnice i w elektronice)
3. Pojęcia podstawowe algebry liniowej (iloczyn skalarny wektorów, rzut prostokątny wektora na wektor, równanie linii prostej na płaszczyźnie, dodatnia strona prostej, równanie płaszczyzny w przestrzeni 3D, równania linii prostej w przestrzeni 3D, punkt w przestrzeni 3D i na płaszczyźnie, pojęcie hiperpłaszczyzny w przestrzeni nD, mnożenie macierzy przez wektor kolumnowy, mnożenie wektora wierszowego przez macierz, zamiana wierszy lub kolumn - macierz permutacji, macierz jednostkowa, graficzne wyobrażenie wektorów, wektory w przyrodzie i w technice, podstawowe działania na wektorach, mnożenie macierzy, macierz odwrotna, wyznacznik macierzy kwadratowej)
4. Przestrzenie liniowe (wektorowe), przestrzeń kolumnowa i przestrzeń zerowa macierzy, redukcja macierzy według Gaussa-Jordana, dekompozycja LU, postać schodkowa macierzy (pojęcie przestrzeni liniowej (wektorowej), pojęcie podprzestrzeni, suma mnogościowa (złożenie) i iloczyn mnogościowy (część wspólna) podprzestrzeni, określanie przestrzeni i podprzestrzeni za pomocą jednorodnych układów równań, przestrzeń zerowa macierzy, przestrzeń rozpięta na "pęczku" wektorów, liniowa zależność i niezależność wektorów, baza i liczba wymiarów przestrzeni liniowej, bazy naturalne, wymiar przestrzeni liniowej, przestrzeń kolumnowa macierzy, eliminacja metodą Gaussa - elementy osiowe, redukcja macierzy według Gaussa-Jordana, obliczanie macierzy odwrotnej metodą Gaussa-Jordana, dekompozycja LU, równoważne układy równań -elementarne operacje wierszowe, metoda eliminacji według Gaussa, wierszowa postać schodkowa (row echelon form) macierzy, rząd macierzy, kolumny osiowe i swobodne, zmienne osiowe i swobodne, rozwiązywanie równania A x = 0, zredukowana wierszowa postać schodkowa (reduced row echelon form) macierzy, macierz przestrzeni zerowej)
5. Cztery fundamentalne przestrzenie macierzy (baza przestrzeni liniowej - przypomnienie, wymiar przestrzeni liniowej - przypomnienie, przykłady baz, iloczyn skalarny wektorów - przypomnienie, równania punktów, prostych i płaszczyzn, dwa sposoby określania podprzestrzeni, określanie (pod)przestrzeni za pomocą baz - przykłady, określanie (pod)przestrzeni za pomocą równań - przykłady, cztery fundamentalne przestrzenie macierzy: przestrzeń kolumnowa, przestrzeń zerowa, przestrzeń wierszowa, lewa przestrzeń zerowa macierzy, relacje między przestrzeniami, informacje dodatkowe dla zaawansowanych: liniowe przekształcenia przestrzeni liniowych, obraz i jądro przekształcenia liniowego)
6. Układy równań liniowych czyli równanie macierzowe (równanie macierzowe jako problem odwrotny, interpretacja wierszowa - układ równań liniowych, interpretacja kolumnowa - równanie wektorowe, istnienie i jednoznaczność rozwiązań układów równań liniowych a przestrzeń kolumnowa i przestrzeń wierszowa macierzy, macierz rozszerzona, jednorodny układ równań liniowych, warunki istnienia rozwiązań układu równań liniowych, niejednorodny układ równań liniowych, rozwiązywanie układu n równań z n niewiadomymi, rozwiązania równania Ax=b - analiza przypadków, twierdzenie Kroneckera-Capellego, wyznacznik macierzy kwadratowej - przypomnienie, minory i rząd macierzy, układ n równań z n niewiadomymi - wzory Cramera)
7. Formułowanie równań macierzowych w naukach przyrodniczych i technicznych (grafy strukturalne a grafy przepływowe, twierdzenie Eulera, topologiczny dowód twierdzenia Eulera, macierz incydencji, przestrzeń zerowa macierzy incydencji, zapis drugiego prawa Kirchhoffa za pomocą potencjałów węzłowych i macierzy incydencji, rząd macierzy incydencji, transponowana macierz incydencji i jej przestrzeń zerowa, zapis pierwszego prawa Kirchhoffa, pojęcie prądów oczkowych, algebraiczny dowód twierdzenia Eulera, analiza obwodu elektrycznego - metoda potencjałów węzłowych, macierz

admitancyjna, przykład analizy prostego obwodu elektrycznego, metoda prądów oczkowych, porównanie metody prądów oczkowych z metodą potencjałów węzłowych, graf dualny)
8. Zmiana bazy, rzutowanie oraz problem najmniejszych kwadratów (współrzędne i składowe wektora - powtórzenie, kolor jako wektor, liniowe przekształcenia przestrzeni liniowych, zmiana bazy, macierz przekształcenia, przykład zmiany bazy: transformacja RGB→YUV, koncepcja rzutowania przestrzeni na podprzestrzeń, rzutowanie na podprzestrzeń rozpiętą na podzbiorze wektorów aktualnej bazy, przykład rzutowania: zmiana obrazu kolorowego na obraz w skali szarości, macierz rzutująca, rzutowanie obrazu kolorowego na płaszczyznę chrominancji, rzutowanie przestrzeni na podprzestrzeń rozpiętą na podzbiorze nowej bazy, rzut prostokątny wektora na wektor, rzut prostokątny przestrzeni na podprzestrzeń kolumnową macierzy, rozwiązywanie równania Ax=b, które nie ma rozwiązań (metoda najmniejszych kwadratów), regresja liniowa)
9. Wektory, bazy i macierze ortogonalne, dekompozycja QR (jakie obiekty algebraiczne mogą być ortogonalne? iloczyn skalarny (wewnętrzny) wektorów - powtórka, wektory ortogonalne i ortonormalne, baza standardowa, przykłady macierzy ortogonalnych, macierz Hadamarda, transformacje ortogonalne, rotatory i reflektory, rotator Givensa i własności rotatorów, idea dekompozycji QR i jej realizacja za pomocą rotatorów, rzut prostokątny wektora na wektor (projektor) - powtórka, reflektro Householdera i własności reflektrorów, zastosowanie reflektrorów do dekompozycji QR, ortogonalizacja Grama-Schmidta, dekompozycja QR metodą Grama-Schmidta, dekompozycja QR w zagadnieniu najmniejszych kwadratów)
10. Wartości i wektory własne macierzy (skalary i wektory - przypomnienie, przestrzenie liniowe - przypomnienie, przekształcenia liniowe - przypomnienie, wielkie równanie algebry, wektory własne i wartości własne macierzy, geometryczna krotność wartości własnej, przykłady wyznaczania wartości i wektorów własnych, wyznacznik i ślad macierzy czyli iloczyn i suma wartości własnych, równanie charakterystyczne macierzy, algebraiczna krotność wartości własnej, wartości własne macierzy trójkątnych, macierze symetryczne, pojęcie przestrzeni własnej wartości własnej macierzy, relacje między krotnościami algebraicznymi i geometrycznymi, macierze proste i wadliwe, przykłady przekształceń liniowych)
11. Wartości własne macierzy a stabilność układów dynamicznych (pokazy eigshow w środowisku Matlab, dyskretny (cyfrowy) układ dynamiczny - macierz stanu, stan ustalony, jak bije serce macierzy? stabilność dyskretnego układu dynamicznego, diagonalizacja macierzy, potęgowanie macierzy, macierz asymptotycznie stabilna, macierze diagonalizowalne i niediagonalizowalne, ciąg Fibonacciego, układ liniowych równań różniczkowych, rozwiązanie ogólne układu liniowych równań różniczkowych, stabilność układu liniowych równań różniczkowych, macierze podobne)
12. Macierze dodatnio określone, dekompozycja macierzy według Choleskiego, macierze podobne (wartości i wektory własne macierzy symetrycznych, diagonalizacja macierzy symetrycznych, macierze symetryczne i hermitowskie ("ładne" macierze), macierze dodatnio określone ("piękne" macierze), definicja energetyczna macierzy dodatnio określonej, pasywne systemy fizyczne, macierze dodatnio określone, półokreślone i nieokreślone, forma kwadratowa, konstrukcja macierzy dodatnio określonej, Choleskiego metoda dekompozycji, macierze podobne i "brzydkie" macierze, forma Jordana, bloki Jordana i twierdzenie Jordana)
13. Wartości szczególne (SVD - kolejna dekompozycja macierzy), macierze pseudoodwrotne (przekształcanie wektora przez macierz, przekształcanie zestawu ortonormalnych wektorów przez macierz, opcja SVD w pokazie eigshow w środowisku Matlab, rozkład za pomocą wartości szczególnych - SVD (singular value decomposition), separacja sygnałów akustycznych za pomocą SVD, rozkład SVD macierzy dodatnio określonej, przeszukiwanie stron internetowych (algorytm HITS), lewo- i prawostronna macierz odwrotna, macierz pseudoodwrotna Moore"a-Penrose"a)
14. Wrażliwość systemów liniowych na błędy pomiarowe i obliczeniowe (błędy pomiarowe, obliczeniowe i wrażliwość układów równań, normy wektorów, normy macierzy - własność konsystencji (dla macierzy kwadratowych), normy: Frobeniusa, operatorowa, p-tej potęgi i norma spektralna macierzy, norma kolumnowa i norma wierszowa, układ równań liniowych z zaburzonym wektorem wyrazów wolnych, wrażliwość układu równań liniowych - wskaźnik uwarunkowania macierzy (liczba kondycyjna macierzy), maksymalne i minimalne wydłużenie wektora przez macierz, macierze źle uwarunkowane, efekty zaburzenia macierzy współczynników)
15. Macierze unitarne, DFT, dekompozycja Schura (iloczyn skalarny wektorów o elementach zespolonych, macierze unitarne, liczby zespolone w elektrotechnice - wskazy, fale w obwodzie elektrycznym, moc padająca, odbita i transmitowana, bezstratny obwód elektryczny, unitarna transformacja sygnału, dyskretna transformacja Fouriera - DFT (discrete Fourier transformation), dekompozycja Schura, macierze nilpotentne)
Program ćwiczeń audytoryjnych obejmuje materiał z wykładów ze szczególnym uwzględnieniem następujących zagadnień:

1. Struktury algebraiczne
2. Ciało liczb zespolonych
3. Rozwiązywanie układów równań liniowych metodą Gaussa
4. Rachunek macierzowy, macierz odwrotna
5. Dekompozycja LU oraz dekompozycja Choleskiego
6. Przestrzenie liniowe, postać schodkowa macierzy, przestrzeń zerowa
7. Kompletne rozwiązanie układu równań liniowych
8. Grafy strukturalne i macierz incydencji
9. Rzutowanie i metoda najmniejszych kwadratów
10. Ortogonalność, ortogonalizacja Grama-Schmidta, dekompozycja QR
11. Wyznacznik macierzy, wzory Cramera
12. Wartości i wektory własne oraz stabilność systemów dynamicznych
13. Macierze dodatnio określone, macierze podobne
14. SVD i macierz pseudowodwrotna
15. Wrażliwość systemów liniowych

Metody dydaktyczne

1. Wykład: prezentacja multimedialna, prezentacja ilustrowana przykładami podawanymi na tablicy, rozwiązywanie zadań, pokaz multimedialny, demonstracja
2. Ćwiczenia audytoryjne: rozwiązywanie zadań, ćwiczenia praktyczne, dyskusja

Literatura

Podstawowa:
1. Dąbrowski A., "Algebra liniowa", zestaw sfilmowanych wykładów, www.put.poznan.pl, e-learning Moodle, wykłady otwarte, Politechnika Poznańska, Poznań 2020 oraz materiały do wykładów wraz z zadaniami egzaminacyjnymi z rozwiązaniami na stronie www.dsp.put.poznan.pl
2. G. Strang, http://ocw.mit.edu, wykłady z algebry liniowej Profesora Gilberta Stranga, Massachusetts Institute of Technology
3. G. Strang, Introduction to linear algebra, Wellesley-Cambridge Press, MA, 2009
4. T. Kaczorek, Wektory i macierze w automatyce i elektrotechnice, WNT, Warszawa 1998

Uzupełniająca:
1. D. S. Watkins, Fundamentals of matrix computations, John Wiley & Sons, New York, 1991
2. G. Strang, Computational Science and Engineering, Wellesley-Cambridge Press, MA, 2007
3. A. Jennings, Matrix computations for engineers and scientists, J. Wiley & Sons, New York 1977

Bilans nakładu pracy przeciętnego studenta

	Godzin	ECTS
Łączny nakład pracy	125	5,00
Zajęcia wymagające bezpośredniego kontaktu z nauczycielem	62	2,50
Praca własna studenta (studia literaturowe, przygotowanie do zajęć laboratoryjnych/ćwiczeń, przygotowanie do kolokwiów/egzaminu, wykonanie projektu)	63	2,50